



Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования
Ярославской области

«Институт развития образования»

Силы, ускорения, равновесие: трудные темы динамики, кинематики, статики

Артемова Татьяна Константиновна, председатель
предметной комиссии ЕГЭ по физике, кандидат
физико-математических наук, доцент кафедры
Интеллектуальных информационных
радиофизических систем ЯрГУ им. П.Г. Демидова

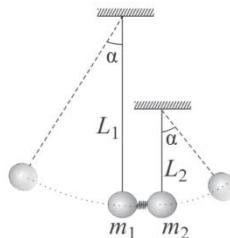
1. Модели твёрдых тел в физике

Модели тел

Материальная точка –
тело, размеры которого
несущественны в
рассматриваемой задаче

Условия применимости:

- 1) Размеры тел
пренебрежимо малы в
условиях задачи;
- 2) Тела движутся
поступательно, так что
их движение можно
рассматривать как
движение 1 точки –
центра масс.



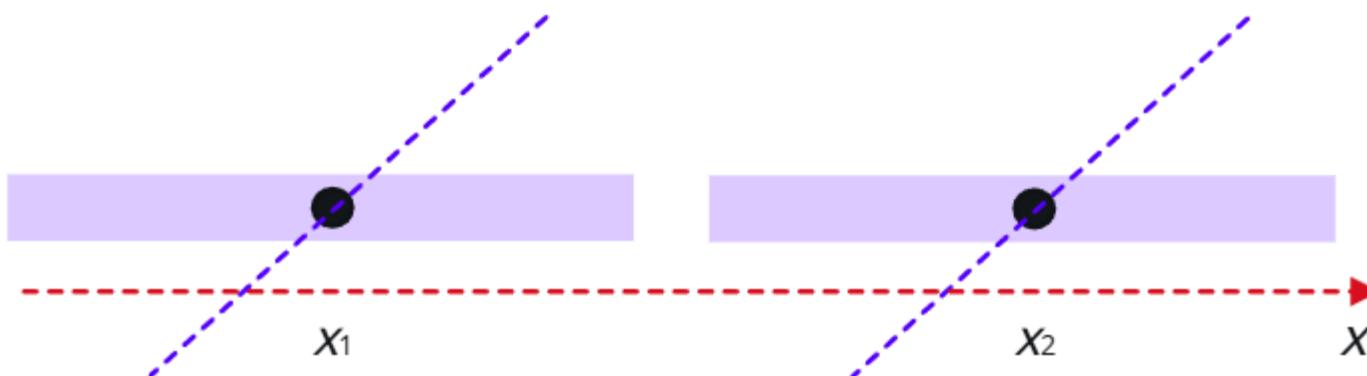
(Абсолютно) твёрдое тело – тело, расстояние
между любыми двумя точками которого
остаётся неизменным (ИЛИ форма и
размеры которого неизменны)

Для него определяют **условия
равновесия**:

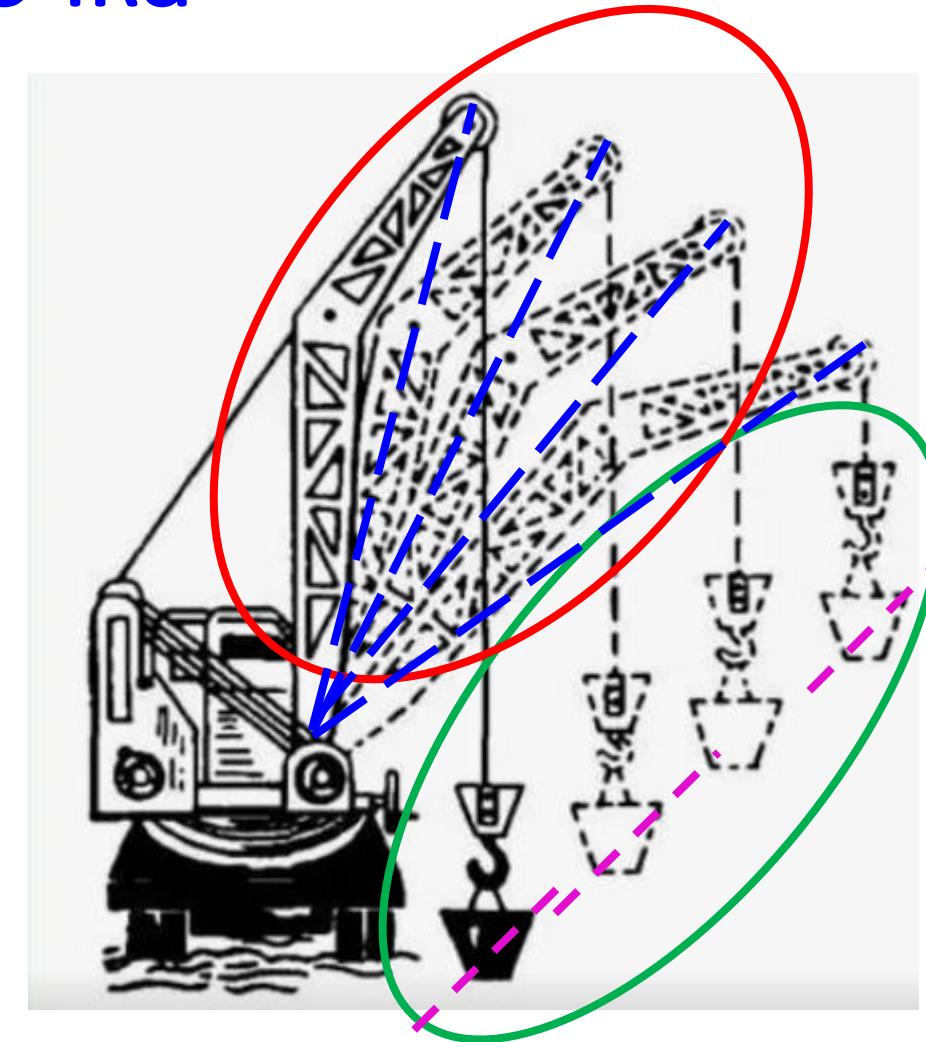
- 1) Относительно поступательного
движения:** сумма всех сил,
действующих на тело, равна
нулю.
- 2) Относительно вращательного
движения:** сумма моментов всех
сил относительно выбранной
оси равна нулю.

Материальная точка

Поступательное движение — это движение тела, при котором прямая, соединяющая любые две точки этого тела, перемещается, оставаясь всё время параллельной своему первоначальному направлению.



Стрела крана вращается — нельзя описывать её моделью материальной точки, используем модель **абсолютно твёрдого тела**.

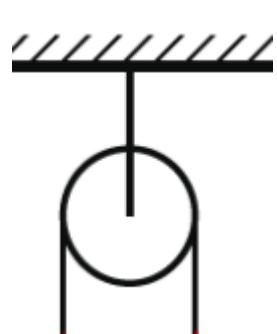


Этот **груз** может быть огромным, но он движется **поступательно** — можно описывать его моделью **материальной точки**

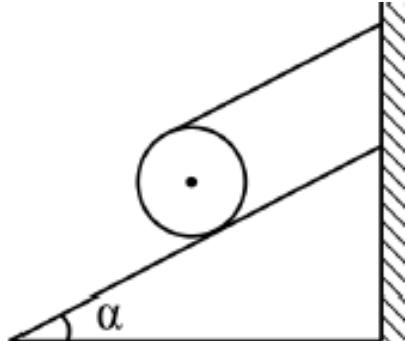
Абсолютно твёрдое тело (АТТ)

Именно эта модель используется, если совершает или может совершать вращательное движение, а его размерами пренебречь нельзя

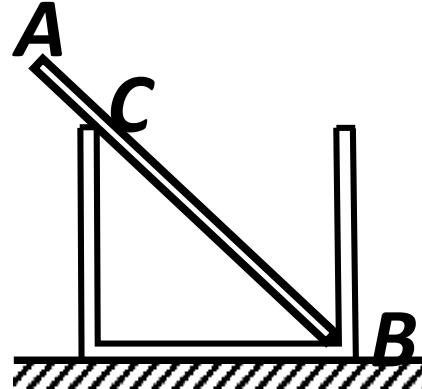
Вращательное движение — вид механического движения, при котором траектории точек тела представляют собой окружности (или дуги окружностей) с центрами, лежащими на одной прямой — оси вращения.



блоки - все



цилиндры
(катушки) - все



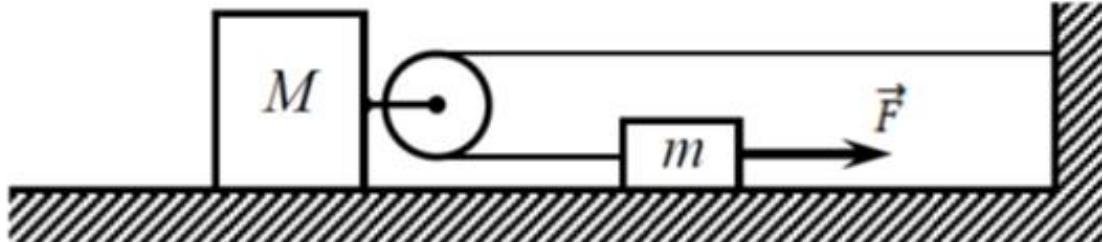
стержни (доски, лестницы) – те,
движение которых не ограничено
действующими плоскостями

Если размерами тела нельзя пренебречь, то приложенные к разным точкам тела силы могут в принципе создавать вращательный момент сил. Тогда тела моделируются только как АТТ.



$$F_1 l_1 + F_2 l_2 \neq 0$$

Движение крупных тел, ограниченных (связанных) взаимодействием с плоскостью, - поступательное

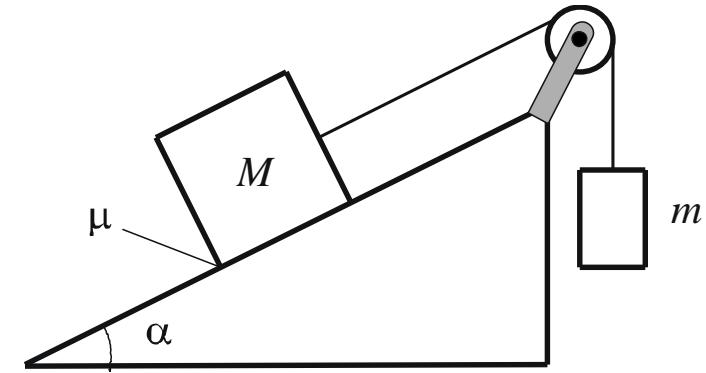


Большой бруск массы M может двигаться ТОЛЬКО вдоль горизонтальной плоскости в ситуации, описанной в условии, это **поступательное движение**.

Маленький груз m тоже движется **поступательно**, и он маленький. Удобна модель материальной точки.

Блок может вращаться, если в нём будет трение или силы натяжения верхней и нижней нитей не будут равны – для него вращательное движение В ПРИНЦИПЕ возможно в ситуации, описанной в задаче, для блока - **модель АТТ только**.

Можно ли описать скользящие вдоль плоскости **большой бруск, крупный короб, доску** моделью АТТ? **Да**, хотя и не очень удобно, т.к. для модели АТТ В ИДЕАЛЕ нужно приводить ОБА условия равновесия – нулевую сумму сил и уравнение моментов сил с нулевой их суммой.



Крупный короб массы M может двигаться ТОЛЬКО вдоль наклонной плоскости в ситуации, описанной в условии, это поступательное движение.

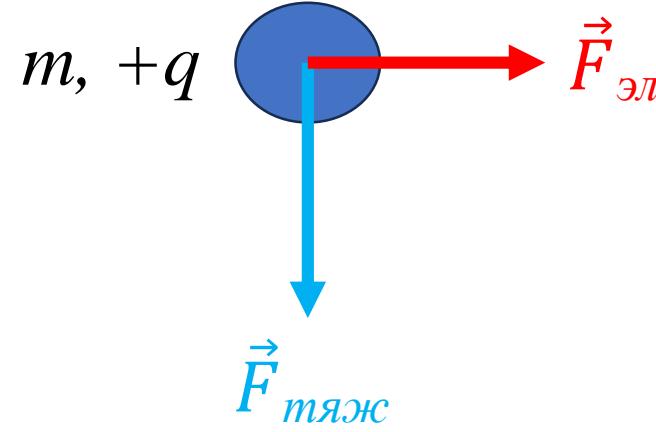
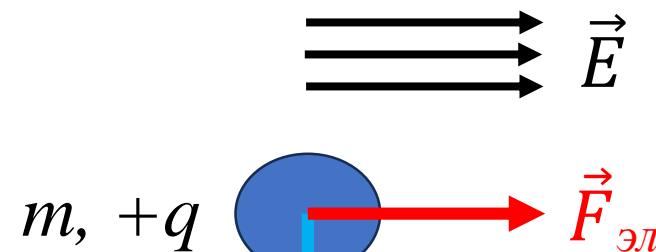
Висящий груз может двигаться только по вертикали – поступательно.

2. Выделение сил, действующих на тела

Силы, действующие на тела

Со стороны **полей (бесконтактные)**:

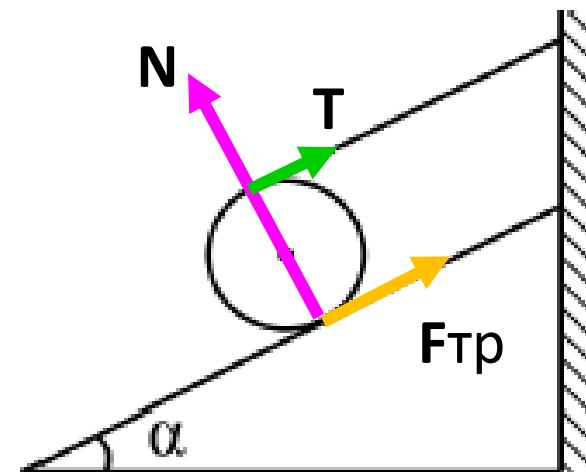
- гравитационного поля Земли (сила тяжести)
- электрического поля
- магнитного поля



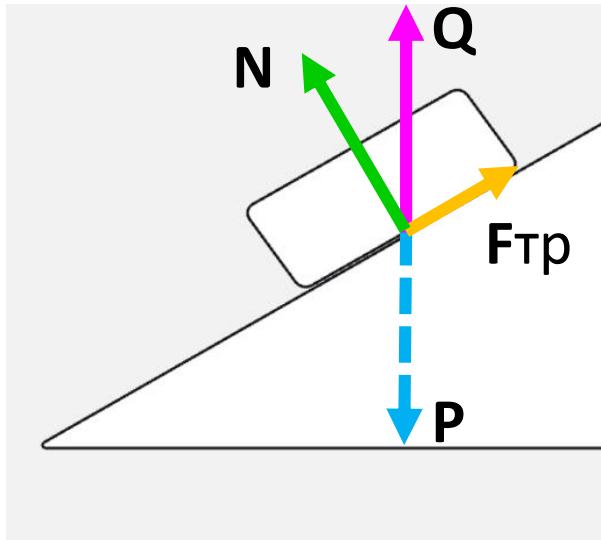
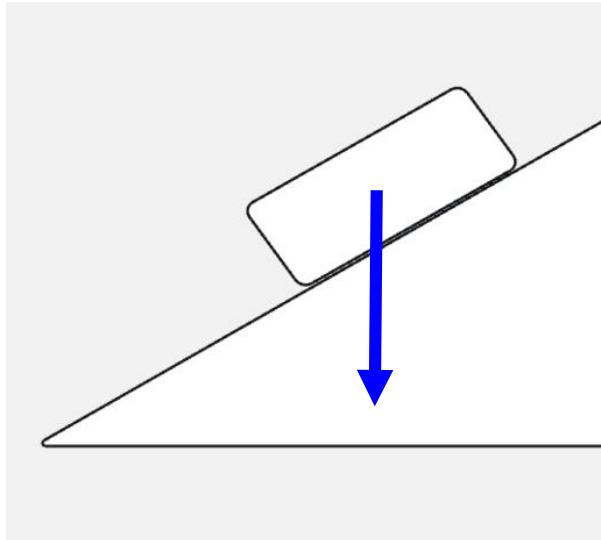
Земля (планета)

Со стороны **других тел (контактные)**:

- Сила упругости
- Сила натяжения нити
- Выталкивающая сила (Архимеда)
- Сила трения
- Сила нормальной реакции плоской поверхности
- Сила реакции шарнира
- Вес других тел



Определяем силы, действующие на тело на горке

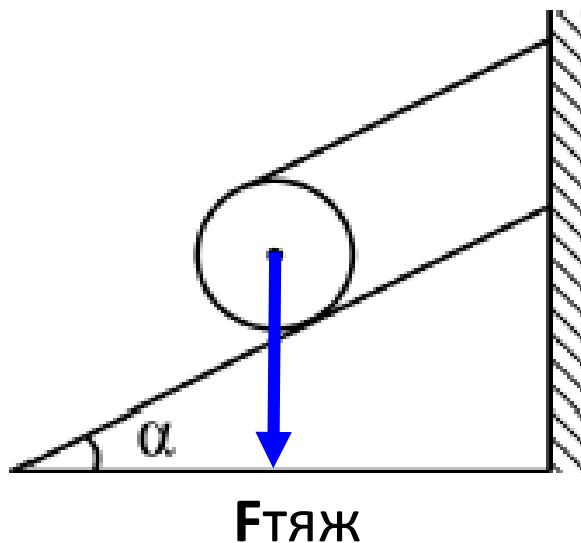


1. Определяем, какие **поля** **действуют** на тело
 - гравитационное поле Земли – с силой тяжести
2. Определяем, какие **тела взаимодействуют** с нашим:
 - горка (наклонная плоскость)
3. Определяем, **посредством каких сил** они взаимодействуют с нашим телом:
 - сила реакции горки
4. Уточняем **направление и точки приложения** сил

Тут взаимодействуют брускок и горка. Брускок действует на горку весом P , горка реагирует силой реакции Q , по 3-му закону Ньютона равной по модулю и противоположной по направлению весу. Её компоненты (вдоль и перпендикулярно горке) – сила трения и сила нормальной реакции поверхности горки.

Определяем силы, действующие на тела

1) Определяем, какие **поля действуют** на тело



- гравитационное поле Земли – с силой тяжести

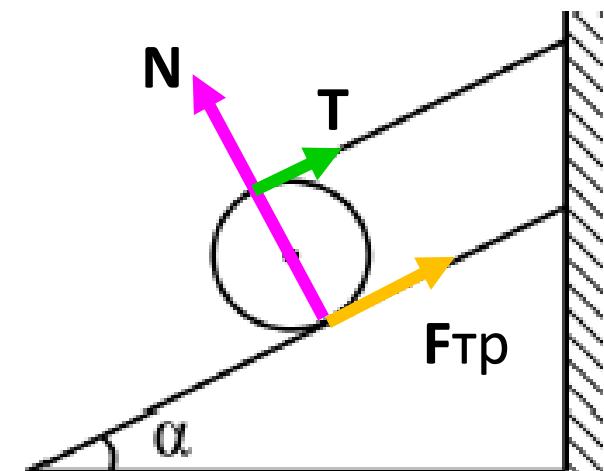
2. Определяем, какие **тела взаимодействуют** с нашим:

- горка (наклонная плоскость)
- нить

3. Определяем, **посредством каких сил** они взаимодействуют с нашим телом:

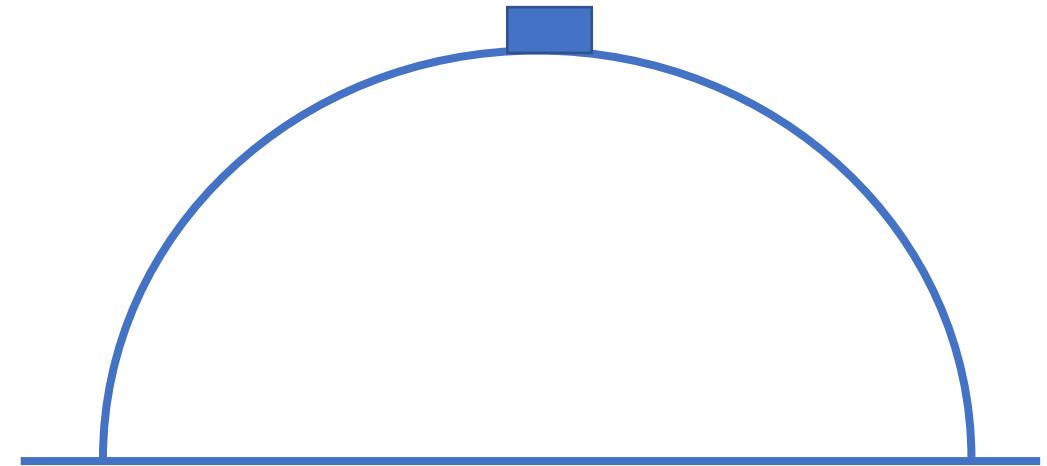
- нить - сила натяжения нити
- горка - сила трения и сила нормальной реакции (две компоненты силы реакции горки)

4. Уточняем **направление** и **точки приложения** сил (точки приложения важны для ATT)



Пример 1

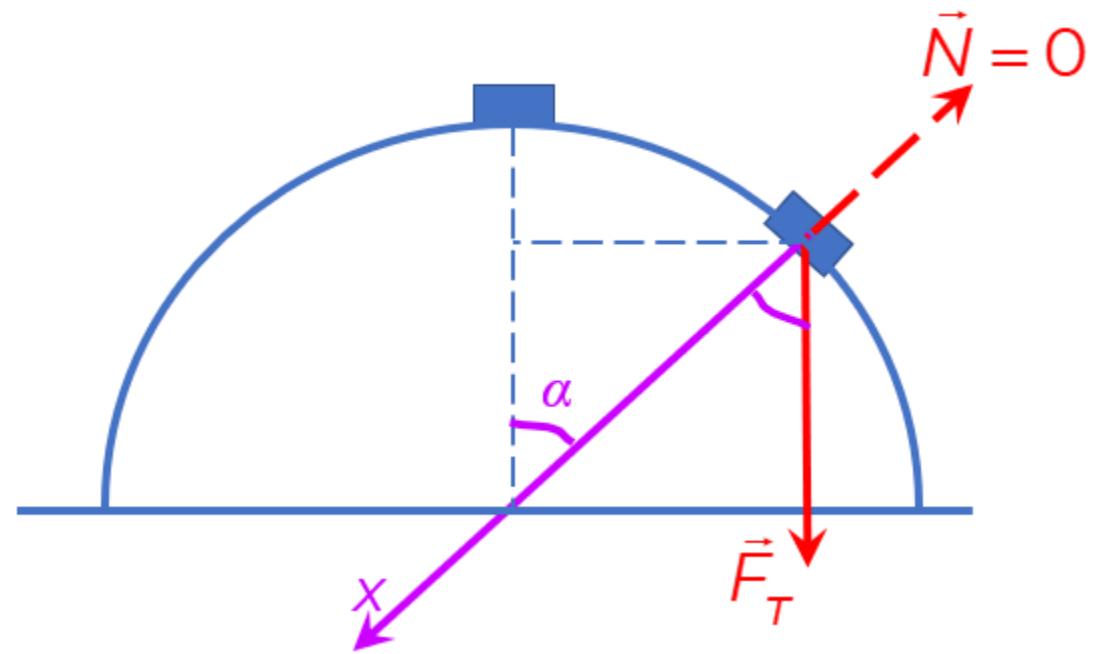
На горизонтальной поверхности неподвижно закреплена абсолютно гладкая полусфера. С её верхней точки из состояния покоя соскальзывает маленькое тело. В некоторой точке тело отрывается от сферы и летит свободно. Найдите радиус сферы, если в момент отрыва тело имеет скорость, равную 4 м/с. Сопротивлением воздуха пренебречь.



Пример 1

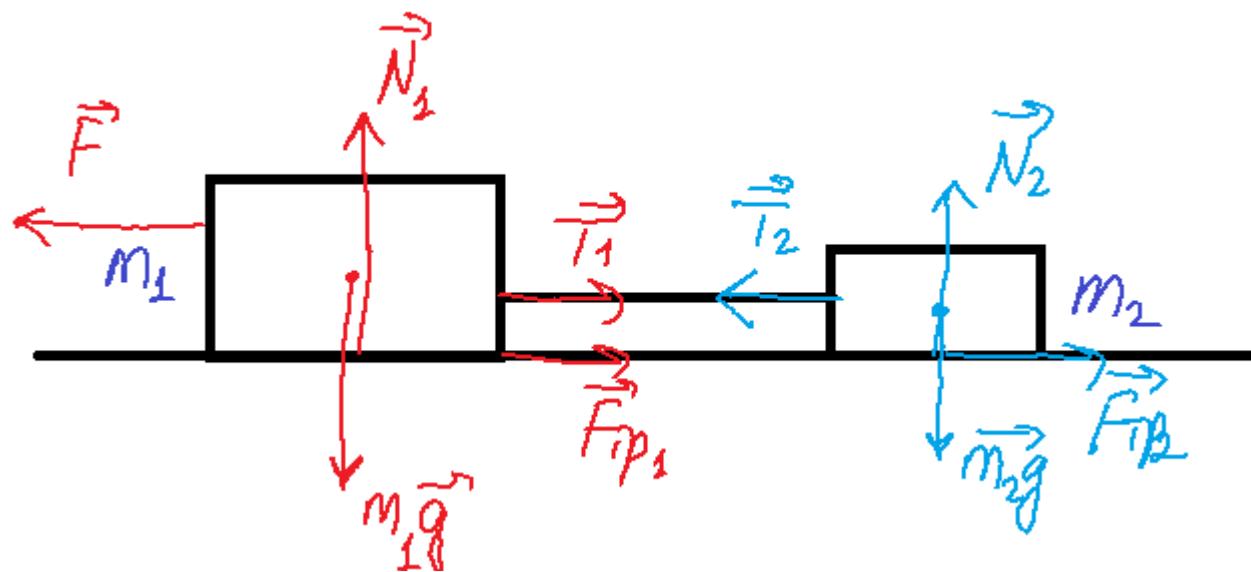
На горизонтальной поверхности неподвижно закреплена абсолютно **гладкая** полусфера. С её верхней точки из состояния покоя соскальзывает маленькое тело. В некоторой точке тело отрывается от сферы и летит **воздуха**. **Сопротивлением пренебречь.**

- 1) Поля: гравитационное поле Земли
- 2) Тела, взаимодействующие с телом: горка
- 3) Сила, с которой горка действует на тело: нормальной реакции



3. Направления и обозначения сил

О обозначениях сил



Дано:

$$m_1 = 1 \text{ кг}$$

$$m_2 = 2 \text{ кг}$$

$$\mu = 0,3$$

Основная ошибка – одинаковые обозначения для сил, действующих на разные тела

$$m_1 \vec{a}_1 = \vec{N}_1 + m_1 \vec{g} + \vec{F} + \vec{F}_{p1} + \vec{T}_1$$

$$m_2 \vec{a}_2 = \vec{N}_2 + m_2 \vec{g} + \vec{F}_{p2} + \vec{T}_2$$

$$N_1 = m_1 g = 1 \cdot 10 = 10 \text{ Н}$$

$$N_2 = m_2 g = 2 \cdot 10 = 20 \text{ Н}$$

N_1 и N_2 – разные !!!

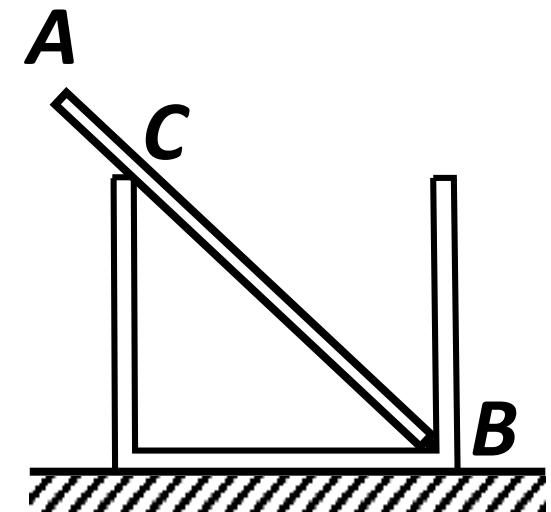
$$F_{p1} = \mu N_1 = 0,3 \cdot 10 = 3 \text{ Н}$$

$$F_{p2} = \mu N_2 = 0,3 \cdot 20 = 6 \text{ Н}$$

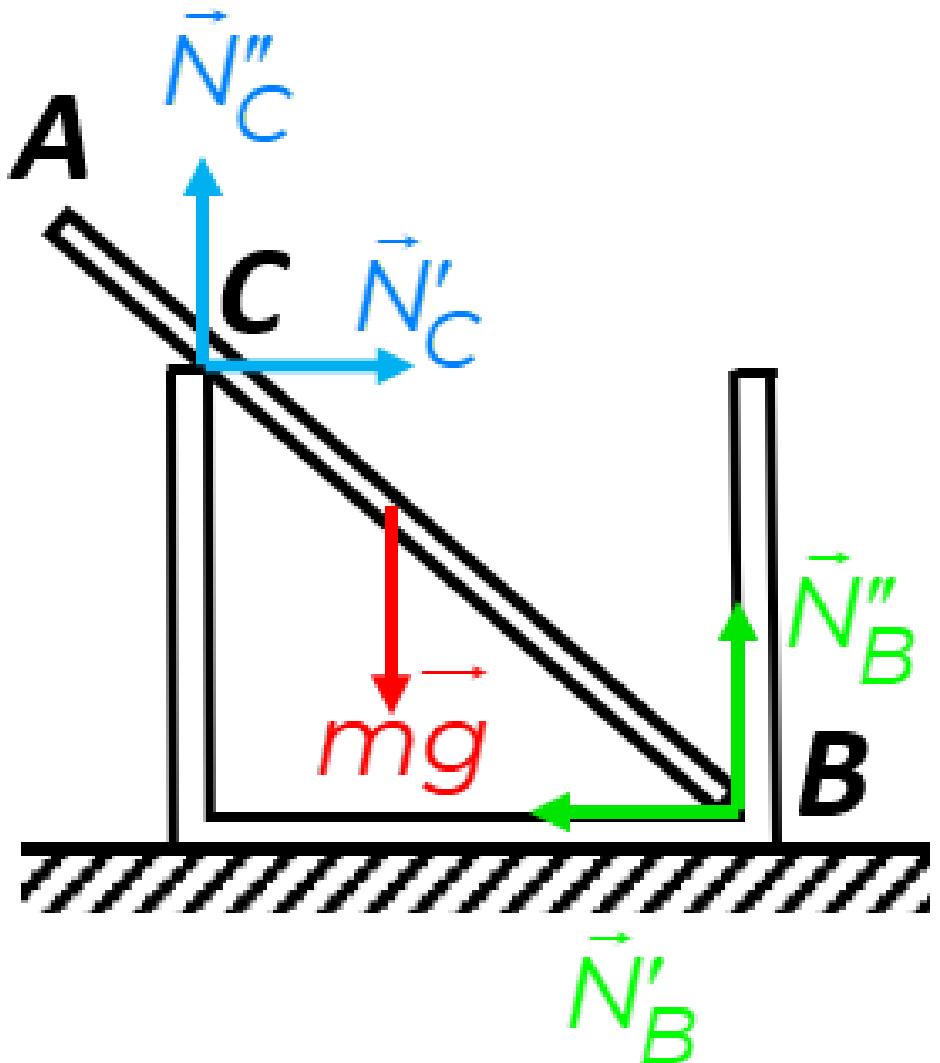
F_{p1} и F_{p2} – разные !!!

Пример 2

Однородный стержень AB массой $m = 100$ г покойится, упираясь в стык дна и стенки банки концом B и опираясь на край банки в точке C (см. рисунок). Модуль силы, с которой стержень давит на стенку сосуда в точке C , равен 0,5 Н. Чему равен модуль вертикальной составляющей силы, с которой стержень давит на сосуд в точке B , если модуль горизонтальной составляющей этой силы равен 0,3 Н? Трением пренебречь.

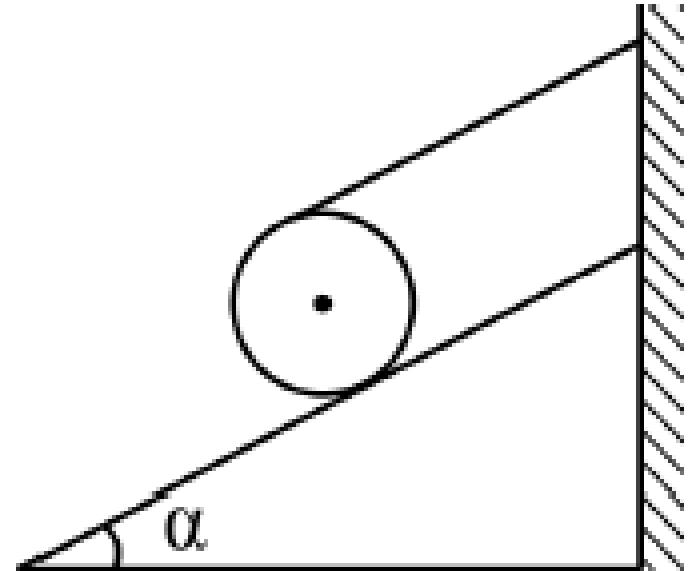


Пример 2



Пример 3

Цилиндр массой $m = 1$ кг и радиусом $R = 20$ см, на который намотана нерастяжимая невесомая нить, положили на неподвижную наклонную плоскость, а конец нити прикрепили к вертикальной стенке. Нить не скользит по цилинду, параллельна наклонной плоскости и перпендикулярна оси цилиндра (см. рисунок). Коэффициент трения между цилиндром и плоскостью $\mu = 0,5$. При каком максимальном угле наклона плоскости к горизонту α цилиндр находится в равновесии? Сделайте схематический рисунок с указанием сил, действующих на цилиндр. Обоснуйте применимость законов, используемых для решения задачи.



тело на горке

покоится

сила трения покоя

$$F_{\text{тр} \ x} = -F_{\text{действ} \ x}$$

от 0 до максимума

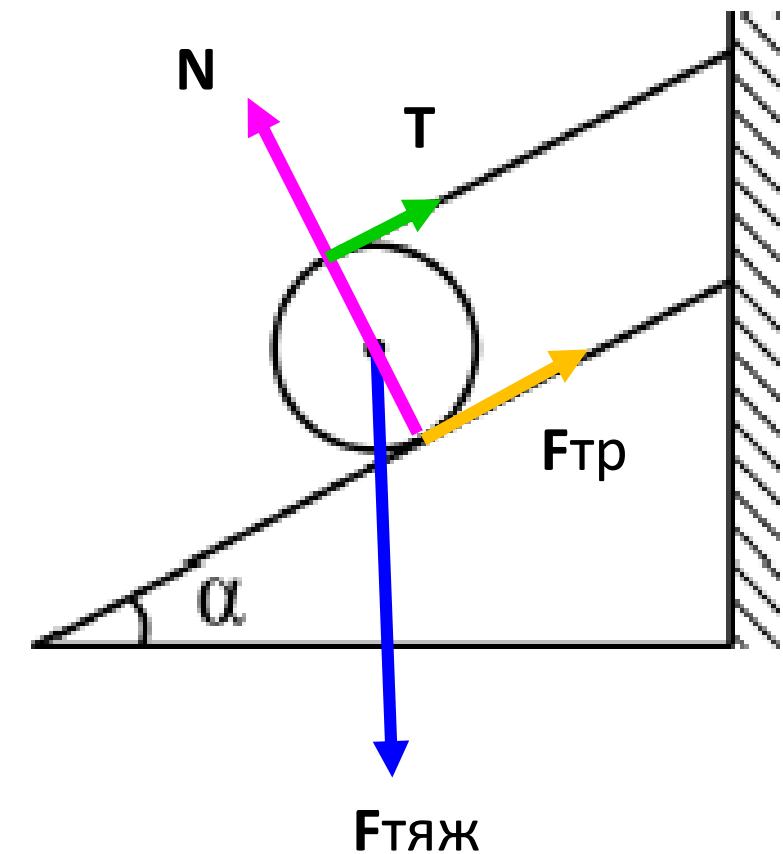
$$F_{\text{тр} \ max} = \mu N$$

Если сила трения не
максимальная, то
нельзя использовать
 μN , надо искать её из
другого выражения,
Например, из
уравнения моментов
сил.

скользит

сила трения скольжения

$$F_{\text{тр}} = \mu N$$

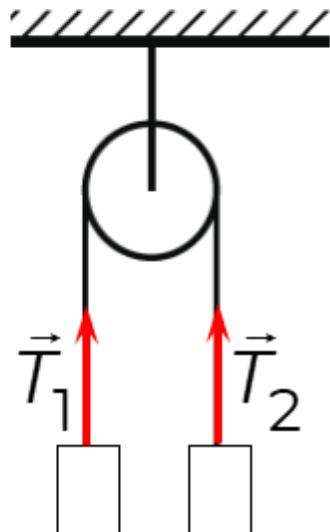


Скользит или нет –
зависит от угла альфа.
Стоит ставить такие
эксперименты.

Задачи с блоками

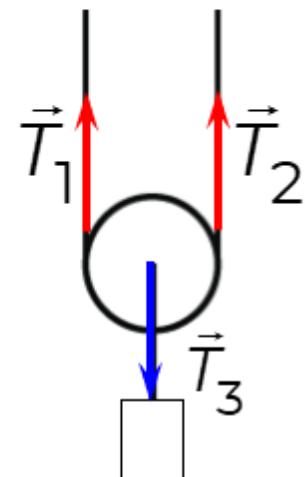
Соотношение сил натяжения нитей

Если нить – невесомая и перемещается в блоке без трения, то модуль силы натяжения в каждой её точке одинаков $T_1 = T_2$



Если есть привязка к оси, то работает II закон Ньютона (равновесие)

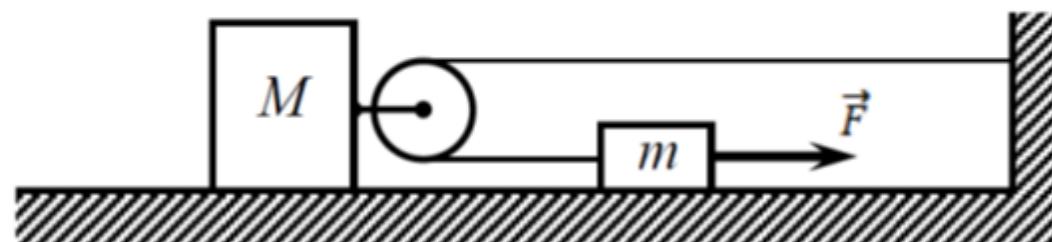
$$2T_1 = T_3$$



Соотношение ускорений связанных тел

Если нить – нерастяжимая, то соотношение между ускорениями тел определяется количеством сложений нити:

- в одно сложение – одинаковы,
- в 2 - ускорение тела на сложенной верёвке в 2 раза больше и т.п.



Пока M проходит x , m проходит $2x$ – его ускорение в 2 раза больше

4. Задачи с ускорением

Причина ускорения – нескомпенсированные силы

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$d\vec{p} = d(m\vec{v}) = dm \cdot \vec{v} + m \cdot d\vec{v}$$

$$m = const : \quad d\vec{p} = m \cdot d\vec{v}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\vec{F}_{равн}}{m}$$

$$d\vec{p} = m \cdot d\vec{v} = \vec{F}_{равн} dt$$

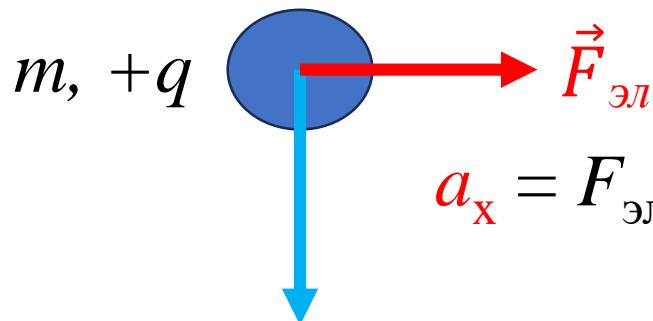
Скрещенные поля (не одно поле)

В вакууме в однородное горизонтальное электрическое поле с напряжённостью $E = 1000$ кВ/м помещают неподвижную капельку массой $m = 0,4$ г и зарядом $q = 3$ нКл. Определите скорость капельки через $t = 0,2$ с. Сделайте рисунок, на котором укажите силы, действующие на капельку.

Справились 18,0%:
➤ до порога – 0%,
➤ до 60 т.б. – 0,6%,
➤ от 61 до 80 т.б. – 18,2%,
➤ высокобалльники – 80,9%.

$$\begin{array}{c} \longrightarrow \\ \longrightarrow \\ \longrightarrow \end{array} \vec{E}$$

Описана ситуация **движения заряженного тела в двух ортогональных полях**.

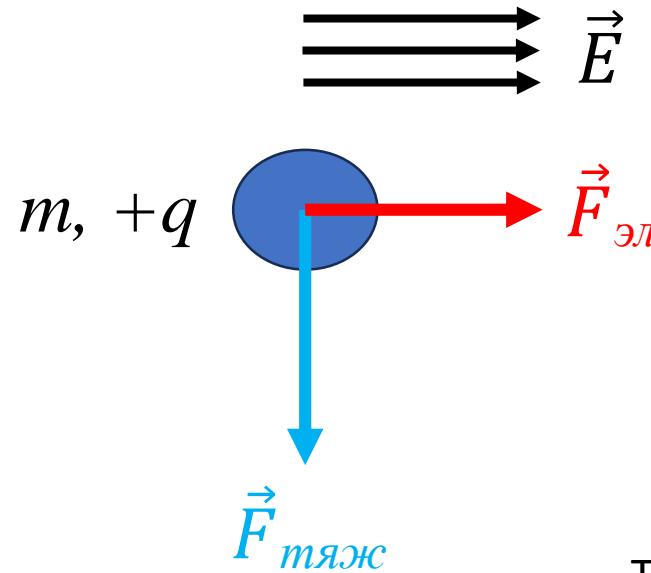


$$a_x = F_{\text{эл} x} / m = qE / m$$

Электрическое горизонтальное поле действует на тело, заряженное положительно, и заставляет его двигаться вдоль силовых линий поля в направлении вектора E .

Гравитационное поле Земли действует на тело некоторой массы с силой тяжести, направленной вниз.

$$a_y = F_{\text{тяж} x} / m = -g$$



$m, +q$

$$a_x = F_{\text{эл}x}/m = qE/m$$

$$v_x = a_x t$$

$$S_x = a_x \frac{t^2}{2}$$

$$a_y = \frac{F_{\text{тяж}y}}{m} = -g$$

$$v_y = a_y t$$

$$S_y = a_y \frac{t^2}{2}$$

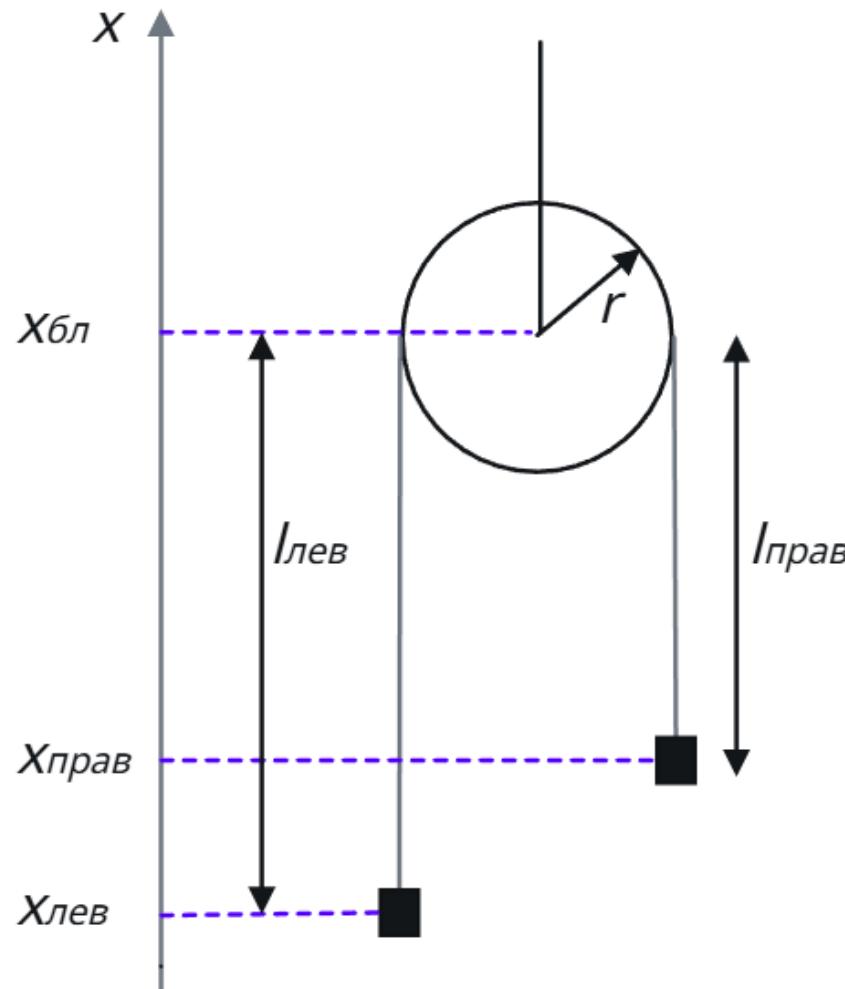
Так как поля ортогональны (силы тяжести и электрическая ортогональны), то ортогональны и порождённые ими проекции ускорения тела. А модуль вектора ускорения находится по теореме Пифагора.

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(qE/m)^2 + g^2}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{a_x^2 t^2 + a_y^2 t^2} = t \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = at$$

$$S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} = \sqrt{(a_x t^2/2)^2 + (a_y t^2/2)^2} = \frac{t^2}{2} \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = a \frac{t^2}{2}$$

Связь между ускорениями связанных тел



определяется в предположении, что **нить нерастяжима** (т.е. её длина l – постоянна):

$$l = \pi R + l_{\text{прав}} + l_{\text{лев}}$$

$$l_{\text{лев}} = x_{\text{бл}} - x_{\text{лев}} \quad l_{\text{прав}} = x_{\text{бл}} - x_{\text{прав}}$$

$$l = \pi R + x_{\text{бл}} - x_{\text{прав}} + x_{\text{бл}} - x_{\text{лев}} =$$

$$= \pi R + 2x_{\text{бл}} - x_{\text{прав}} - x_{\text{лев}}$$

$$l = \text{const} \Rightarrow \frac{dl}{dt} = 0$$

$$0 = 0 + 2v_{x_{\text{бл}}} - v_{x_{\text{прав}}} - v_{x_{\text{лев}}}$$

общий случай

$$2a_{x_{\text{бл}}} - a_{x_{\text{прав}}} - a_{x_{\text{лев}}} = 0$$

Если блок неподвижен или движется с постоянной скоростью

$$a_{x_{\text{бл}}} = 0 \Rightarrow a_{x_{\text{прав}}} = -a_{x_{\text{лев}}}$$