

Государственное автономное учреждение  
дополнительного профессионального образования Ярославской области  
«Институт развития образования»  
Кафедра общего образования  
Муниципальное учреждение дополнительного профессионального образования  
«Информационно-образовательный Центр»

## «Развитие функциональной (математической) грамотности учащихся на уроках и во внеурочной деятельности»

*Иванова Светлана Владимировна, методист  
МУ ДПО «Информационно-образовательный Центр»,  
г. Рыбинск*



# Математическая грамотность (исследование PISA)

**Математическая грамотность** — это способность индивидуума проводить **математические рассуждения** и **формулировать, применять, интерпретировать** математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира.

# Математическая грамотность PISA–2018

	Страна	Средний балл	Место страны среди других стран
1.	Китай (4 провинции)	591 ▲	1
2.	Сингапур	569 ▲	2
3.	Макао (Китай)	558 ▲	3-4
4.	Гонконг (Китай) 1	551 ▲	3-4
5.	Тайвань	531 ▲	5-7
6.	Япония	527 ▲	5-8
7.	Республика Корея	526 ▲	5-9
8.	Эстония	523 ▲	6-9
9.	Нидерланды	519 ▲	7-11
10.	Польша	516 ▲	9-13
11.	Швейцария	515 ▲	9-14
12.	Канада	512 ▲	10-16
13.	Дания	509 ▲	11-16
14.	Словения	509 ▲	12-16
15.	Бельгия	508 ▲	12-18
16.	Финляндия	507 ▲	12-18
17.	Швеция	502 ▲	15-24
18.	Великобритания	502 ▲	15-24
19.	Норвегия	501 ▲	16-24
20.	Германия	500 ▲	16-26
21.	Ирландия	500 ▲	17-26
22.	Чехия	499 ▲	17-26
23.	Австрия	499 ▲	17-28
24.	Латвия	496 ▲	20-28
25.	Франция	495 ▲	20-29
26.	Исландия	495 ▲	21-29
27.	Новая Зеландия	494 ▲	22-29
28.	Португалия	492	23-31
29.	Австралия	491	25-31
30.	Российская Федерация	488	27-35



# Модель заданий по формированию и оценке математической грамотности

Реальный мир

Проблема  
в контексте

Оценивать

Результаты  
в контексте

Формулировать



Интерпретировать

Математический мир

Математическая  
проблема

Применять

Математические  
результаты



# Особенности заданий исследования PISA

- задача, поставленная вне предметной области и решаемая с помощью математики;
- контекст заданий близок к проблемным ситуациям, возникающим в повседневной жизни;
- вопросы изложены простым, ясным языком и, как правило, немногословны;
- требуют перевода с быденного языка на язык предметной области;
- формат заданий постоянно меняется, что исключает стратегию «натаскивания».

# Математическое содержание: предметные знания и умения

- Алгебраические выражения
- Система координат
- Числа и единицы измерения
- Измерения
- Проценты, отношения и пропорции
- Принципы подсчетов
- Набор данных, представление и интерпретация
- Выборки и составление выборок
- Функции
- Уравнения и неравенства
- Отношения
- Арифметические и алгебраические операции
- Оценка
- Изменчивость данных и ее описание
- Случайность и вероятность



# Новые типы заданий

**Компьютерное моделирование:** инструменты для перетаскивания объектов, построения орнаментов, паркетов, работа с изображениями

**Представление информации:** вкладки с информацией в различных формах: таблицами, графиками, справочными данными

Акцент при оценке — *математические рассуждения.*  
**Центральный компонент** математической грамотности — связь между математическими рассуждениями и решением поставленной проблемы: для решения проблемы учащийся сначала должен *увидеть математическую природу проблемы, представленной в контексте реального мира, и сформулировать ее на языке математики.*

**Электронные таблицы:** сортировка, вычисления, анализ данных

**Работа с утверждениями:** всегда-иногда-никогда, пример и контрпример

# Метапредметные умения.

## Виды деятельности

Решать учебно-познавательные и учебно-практические задачи, требующие полного и критического понимания текста

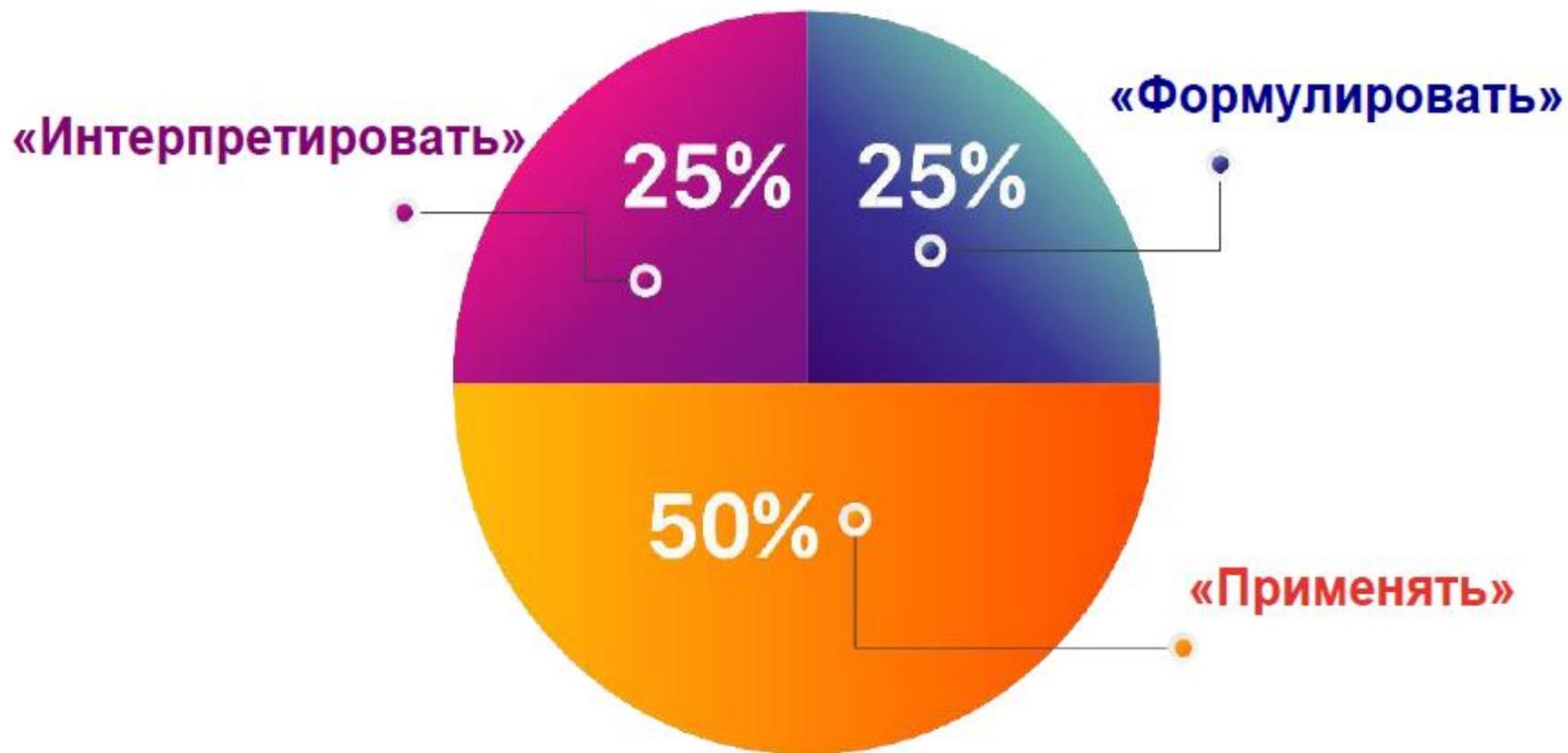
Удерживать условия задания в процессе решения

Самоконтроль за выполнением условий (ограничений) в описании ситуации при нахождении решения и интерпретации полученного решения в рамках предложенных ситуаций

Работать с информацией, представленной в различной форме в контексте конкретной проблемы



# Распределение заданий по математике в исследовании PISA



# Пример задания

## Дорога до дачи

Всем хорошо известно, как важны хорошие дороги, по которым можно в кратчайшие сроки перевозить необходимые грузы и перемещаться пассажирам.

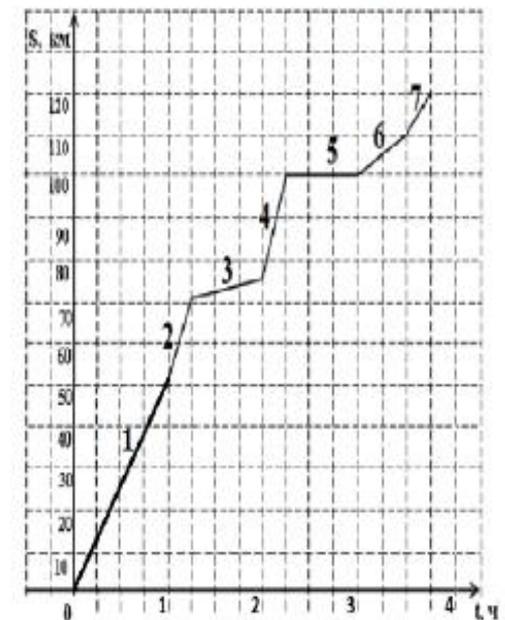
На автомобильной трассе М4 «Дон» в пределах Московского региона ввели в эксплуатацию три скоростных участка, на которых можно развивать скорость до 130 км/час.



Скоростные участки трассы расположены от Москвы:  
первый – от отметки 51 км до отметки 71 км;  
второй – от отметки 76 км до отметки 103 км,  
третий – от отметки 113 км до отметки 120 км.

В субботу семья Ивановых выехала на автомобиле на дачу, которая расположена в 120 км от Москвы. В 8 ч утра они начали движение по трассе «Дон» и воспользовались скоростными её участками.

График их движения по трассе изображён на рисунке.



**Что должно меняться в  
преподавании математики  
сегодня?**



# Основные подходы к конструированию урока

1. Личная, общественная и познавательная значимость учебного материала.
2. Новизна, обогащение социального опыта.
3. Соответствие возрастным особенностям.
4. Сочетание индивидуальной, групповой и коллективной форм работы.
5. Межпредметная интеграция.
6. Использование широкого спектра источников информации.
7. Представление результатов.



# Конструирование заданий



## Способы трансформации:

- постановка проблемных вопросов
- задачи-цепочки
- комплексные задания
- использование различных источников информации
- оценка оптимальности решения с позиции реальной ситуации

# Алгоритм работы над контекстной задачей

1. Определение возможностей включения нового социокультурного знания в тему урока
  2. Выделение лично (общественно) значимого содержания для учащихся, коррелирующего с социокультурным знанием
  3. Формулирование реальной проблемы
  4. Составление текста контекстной задачи
  5. Составление и решение собственно математических задач
  6. Интерпретация результатов решения математической задачи
  7. Оценка полученного решения с позиции реальной проблемы
- 

## Пени

Плата за жилое помещение и коммунальные услуги — это обязанность, которая возлагается на всех без исключения граждан Российской Федерации. Каждый раз, когда приходят квитанции на оплату коммунальных услуг, мы тщательно изучаем, сколько должны заплатить за тепло, свет, воду, мусор, капитальный ремонт и прочие блага цивилизации. Иногда в квитанции можно увидеть слово «пени». Пени, или неустойка, возникает, когда жильцы несвоевременно оплатили жилищно-коммунальные услуги.

Пени рассчитывается по формуле:

$$P = M \cdot N \cdot \frac{1}{300} \cdot S$$

где  $M$  – сумма долга в рублях,

$N$  – количество дней просрочки,

$S$  – ставка рефинансирования Центрального Банка в процентах.

## Пени

### Вопрос 1.

Рассчитайте пени, которую должен заплатить владелец квартиры за 20 дней просрочки при сумме долга **3 000** рублей и ставки рефинансирования банка **7,5 %**.

### Вопрос 2.

Владельцы квартиры за **30 дней** просрочки заплатили пени в размере **18 рублей**. Определите сумму долга, если ставка рефинансирования Центрального банка равнялась **7,5 %**.



## Пени

### Вопрос 3.

Ставка рефинансирования Центрального банка увеличилась до 9 %. На сколько надо сократить количество дней просрочки, чтобы сумма пени не изменилась? При решении используйте данные предыдущего вопроса.

### Вопрос 4.

Владельцы квартиры установили счетчики на холодную воду. В дальнейшем это позволило на 20 % снизить размер оплаты коммунальных платежей.

Определите, через сколько месяцев у владельцев квартиры снизятся коммунальные платежи за холодную воду, если ежемесячно они тратили 600 р., установка счетчика обошлась им в 2 400 р. и у них накопилась задолженность в размере 1 200 р. за 2 месяца.

# Методы и педагогические технологии

- Мозговой штурм
- Дерево проблем
- Интеллект-карты
- Кластерные карты
- Групповые технологии
- Игровые технологии
- Проектное обучение
- EduScrum

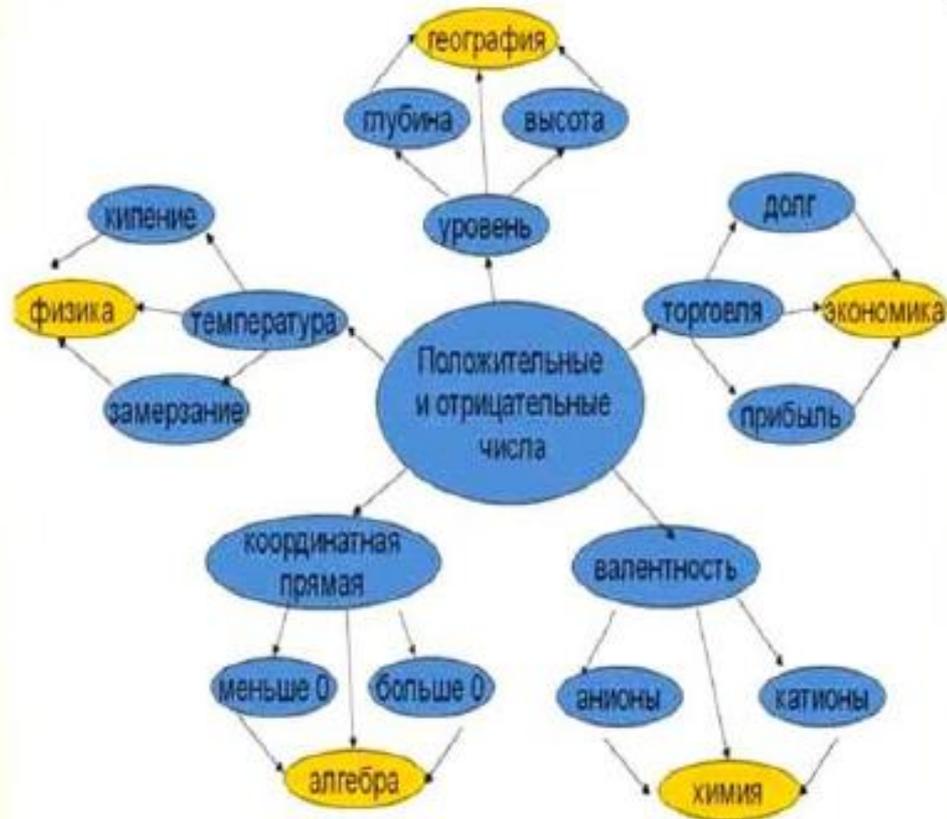


# Интеллект-карта



# Кластерная карта

Кластер «Применение математики в других областях»



Уравнения, содержащие знак модуля



частные виды



## Содержание самостоятельной работы по уровням

Уровень самостоятельной работы	Содержание работы
1	Обучающийся работает с готовой картой понятий: отвечает на вопросы, выполняет поиск информации, знакомится со способами решения задач
2	Обучающийся дополняет карту понятий, подготовленную учителем: добавляет новые «узлы» карты, устанавливает связи между ними, вставляет комментарии, прикрепляет файлы, содержащие необходимую информацию
3	Обучающийся с помощью учителя составляет схему по заданной теме, создает карту понятий в программной среде, самостоятельно наполняет ее содержанием
4	Обучающийся самостоятельно выбирает тематику работы, разрабатывает структурную схему, создает ее в программной среде, подбирает задания и т.д.

# Кейс-метод

## Виды кейсов:

1. Печатный кейс (может содержать графики, таблицы, диаграммы, иллюстрации, что делает его более наглядным).
  2. Кейс мультимедиа (наиболее популярный в последнее время, но зависит от технического оснащения школы).
  3. Видеокейс (может содержать фильм, аудио- и видеоматериалы). Его минусом является ограниченная возможность многократного просмотра, а значит, искажение информации и ошибки.
- 

# Типы кейсов:

1. Практические кейсы. Реальные жизненные ситуации, детально и подробно отраженные. При этом их учебное назначение может сводиться к тренингу обучаемых, закреплению знаний, умений и навыков поведения (принятия решений) в данной ситуации. Кейсы должны быть максимально наглядными и детальными.
  2. Научно-исследовательские кейсы. Они выступают моделями для получения нового знания о ситуации и поведения в ней. Обучающая функция сводится к исследовательским процедурам.
  3. Обучающие кейсы. Отражают типовые ситуации, которые наиболее часты в жизни. Ситуация, проблема и сюжет здесь не реальные, а такие, какими они могут быть в жизни, не отражают жизнь «один к одному».
- 

# Структура кейса:

- 1) ситуация – случай, проблема, история из реальной жизни;
  - 2) контекст ситуации – хронологический, исторический, контекст места, особенности действия или участников ситуации;
  - 3) комментарий ситуации, представленный автором;
  - 4) вопросы или задания для работы с кейсом;
  - 5) приложения.
- 

# Кейс

## Тема «Коэффициент интеллекта»

Задание группе:

1. Познакомьтесь с материалами данного кейса.
  2. Сформулируйте цель вашей работы.
  3. Составьте план (*что повторить, что узнать, что найти, как рассчитать и т.д.*).
  4. Выполните предложенные задания.
  5. Сделайте вывод.
- 

Мозг – центральный отдел нервной системы. Кажется само собой разумеющимся: чем умнее живое существо, тем больше у него масса мозга. Действительно, у пчел, муравьев, кузнечиков мозг весит сотую часть грамма; у мышей, белок, воробьев мозг в сотни раз больше и имеет массу уже несколько граммов.

У собаки масса мозга около 100 г, у гориллы – около 430 г, у лошади – около 500 г. Масса мозга человека – 1 кг 400 г! На этом можно было бы остановиться, признав явное превосходство человека. Однако масса мозга слона составляет около 5 кг, а кита-финвала – почти 7 кг.

Но мыслительные способности животного зависят не столько от массы мозга, сколько от соотношения массы мозга и общей массы тела. Как правило, чем больше масса мозга по отношению к массе тела, тем животное умнее, и наоборот. Таким образом, определив отношение массы мозга к массе тела, можно составить первое представление об умственных способностях. Это отношение условно называется «коэффициентом интеллекта».

$$K = \frac{m}{M} \text{ или } K = \frac{m}{M} \cdot 100\%,$$

где:  $m$  – масса мозга,  $M$  – масса тела,  $K$  – коэффициент интеллекта.

## Задание 1.

Изучив материалы, скажите, что подразумевается под понятием «коэффициент интеллекта». Как вычислить коэффициент интеллекта?

## Задание 2.

1. Рассмотрите *табл.* Заполни соответствующую графу в таблице «Коэффициент интеллекта некоторых животных».

2. Рассмотрите *табл.* Заполни соответствующую графу в таблице «Коэффициент интеллекта некоторых животных» (вес собаки – 20 кг), обрати внимание: масса должна быть указана в граммах.

3. Вычисли с помощью калькулятора «коэффициент интеллекта» животных, указанных в таблице в процентах, округлив результат до сотых. Внеси в таблицу полученные данные.

4. Расставь указанных животных в порядке убывания их коэффициента интеллекта.

5. Вычисли коэффициент интеллекта человека (средняя масса человека 75 кг, масса мозга человека – 1 кг 400 г). Можно ли, исходя только из коэффициента интеллекта, сказать, что человек – самое умное живое существо на Земле?

6. Иногда говорят: «Да у него куриные мозги», то есть он человек не очень умный. Подумай, почему могло возникнуть такое выражение (сравни: средняя масса курицы 5 кг, масса мозга курицы 5 г).

Умственные способности зависят не только от массы головного мозга, от соотношения массы головного мозга и общей массы тела, а еще и от соотношения массы серого и белого вещества – составляющих головного мозга. Чем умнее животное, тем больше у него серого вещества, больше нейронов.

Человек по количеству нейронов, а следовательно, и по массе «думающего» серого вещества превосходит остальных животных в миллионы раз. Человеческий мозг состоит из 14 млрд. нейронов. Если их расположить в ряд, то получится цепь длиной около 1000 км. Благодаря такому количеству нейронов мы научились писать и читать, строить дома и космические корабли, играть в шахматы и делать научные открытия.

### Средняя масса головного мозга некоторых животных

Название животных	Масса головного мозга, г
Домашняя кошка	31
Мартышка	39
Гиббон	89
Собака	100
Домашняя свинья	150
Горилла	430
Паукообразная обезьяна	460
Лошадь	500
Индийский слон	4500
Финвал	6500

### Средняя масса тела некоторых животных

Название животных	Масса тела
<i>1</i>	<i>2</i>
Баран	200 кг
Барсук	20 кг
Бегемот	3т
Белый медведь	800 кг
Бобр	30 кг
Бурый медведь	500 кг
Верблюды	690 кг
Волк	80 кг
Гиббон	8 кг
Голубой кит	190т

# Проблемы, возникающие при решении практико-ориентированных задач

- неумение (боязнь) работать с нетрадиционным заданием;
  - неумение работать с информацией, представленной в различных формах (текста, таблицы, диаграммы, схемы, рисунка, чертежа);
  - неумение составить математическую модель задачи;
  - необходимость использовать здравый смысл, критически оценивать информацию, перебирать возможные варианты, использовать метод проб и ошибок, представлять обоснование решения.
- 

# Ситуационные задачи

«Ситуационная задача представляет собой описание конкретной ситуации, более или менее типичной для определенного вида деятельности. Это описание включает изложение условий деятельности и желаемого результата. Решение задачи заключается в определении способа деятельности» (О.Е. Лебедев).



# Специфика

- ярко выраженный практико-ориентированный характер
  - требуется знание нескольких учебных предметов
  - имеет не традиционный номер, а красивое название, отражающее ее смысл.
  - обязательным элементом задачи является проблемный вопрос
- 

# Методика разработки ситуационных задач

- **Первый подход** – построение задачи на основе соответствующих вопросов учебника.
  - **Второй подход** основан на выделенных типах практико-ориентированных задач, которые необходимо научиться решать каждому ученику.
  - **Третий подход** основан на проблемах реальной жизни, познавательная база решения которых закладывается в соответствующих учебных дисциплинах.
  - **Четвертый подход** обусловлен необходимостью отработки предметных знаний и умений, но не на абстрактном учебном материале, а на материале, значимом для ученика.
- 

## Конструктор задач (Л.С. Илюшин)

<i>Ознакомление</i>	<i>Понимание</i>	<i>Применение</i>	<i>Анализ</i>	<i>Синтез</i>	<i>Оценка</i>
1. Назовите основные части...	8. Объясните причины того, что...	15. Изобразите информацию о... графически	22. Раскройте особенности...	29. Предложите новый (иной) вариант...	36. Ранжируйте... и обоснуйте...
2. Сгруппируйте вместе все...	9. Обрисуйте в общих чертах шаги, необходимые для того, чтобы...	16. Предложите способ, позволяющий...	23. Проанализируйте структуру... с точки зрения...	30. Разработайте план, позволяющий (препятствующий)...	37. Определите, какое из решений является оптимальным для...
3. Составьте список понятий, касающихся...	10. Покажите связи, которые, на ваш взгляд, существуют между...	17. Сделайте эскиз рисунка (схемы), который показывает...	24. Составьте перечень основных свойств..., характеризующих... с точки зрения...	31. Найдите необычный способ, позволяющий...	38. Оцените значимость... для...
4. Расположите в определённом порядке...	11. Постройте прогноз развития...	18. Сравните... и..., а затем обоснуйте...	25. Постройте классификацию... на основании...	32. Придумайте игру, которая...	39. Определите возможные критерии оценки...
5. Изложите в форме текста...	12. Прокомментируйте положение о том, что...	19. Проведите (разработайте) эксперимент, подтверждающий, что...	26. Найдите в тексте (модели, схеме и т.п.) то, что...	33. Предложите новую (свою) классификацию...	40. Выскажите критические суждения о...
6. Вспомните и напишите...	13. Изложите иначе (переформулируйте) идею о том, что...	20. Проведите презентацию...	27. Сравните точки зрения... и ... на...	34. Напишите возможный (наиболее вероятный) сценарий развития...	41. Оцените возможности... для...
7. Прочитайте самостоятельно...	14. Приведите пример того, что (как, где)...	21. Рассчитайте на основании данных о...	28. Выявите принципы, лежащие в основе...	35. Изложите в форме... своё мнение (понимание)...	42. Проведите экспертизу состояния...

# Пример конструирования задачи по работе с текстом

- «...Мы поселились на берегу океана в маленьком старом доме. Он отчаянно нуждался в ремонте. Среди прочего – не открывалось окно в моем кабинете. Пришёл плотник, починил раму, сменил подоконник. Когда он закончил работу, окно стало открываться, но погас свет. Приглашённый электромонтёр обнаружил, что в проводку был забит гвоздь, вызвавший короткое замыкание. Он поправил дело, лампы зажглись, но тут оказалось, что в итоге его возни оконное стекло треснуло. Явился стекольщик, сменил стекло, но умудрился изрядно исцарапать раму. Я позвал маляра, чтобы навести окончательный лоск. Теперь всё в порядке, объявил я, после чего выяснилось, что окно, покрашенное в закрытом положении, опять не открывается...»
- (из книги Лоуренса Дж.Питера «Принцип Питера или почему дела идут вкривь и вкось»)

# Задания

- (произвольный выбор ячеек «Конструктора задач» - 7 – 14 – 15 – 23 – 34 – 39)
- 7. ОЗНАКОМЛЕНИЕ. Прочитайте текст самостоятельно и составьте перечень операций (действий), которые выполняли работники.
- 14. ПОНИМАНИЕ. Приведите пример (не из текста) того, что результаты (отрицательные) работы одного человека могут создать проблемную ситуацию, которую должен будет решать другой.
- 15. ПРИМЕНЕНИЕ. Изобразите последовательность операций, производившихся с окном, в виде схемы
- 23. АНАЛИЗ. Проанализируйте позицию Л.Питера с точки зрения выраженности в ней рационализма и прагматизма
- 34. СИНТЕЗ. Напишите возможный наиболее вероятный сценарий продолжения сюжета
- 39. ОЦЕНКА. Предложите возможные критерии оценки работы специалистов, приходивших в дом к Л.Питеру

# Требования к разрабатываемым заданиям

- Учащимся предлагаются не учебные задачи, а контекстуальные, практические проблемные ситуации, разрешаемые средствами математики.
  - Для выполнения задания необходимо целостное применение математики.
  - Мыслительная деятельность, осуществляемая при выполнении заданий, описывается в соответствии с концепцией PISA–2022
  - Для выполнения заданий требуются знания и умения из разных разделов курса математики основной школы, соответствующие темам, выделенным в PISA,
- 

# Требования к разрабатываемым заданиям

- Используется следующая структура задания: дается описание ситуации (введение в проблему), к которой предлагаются два связанных с ней вопроса
  - Введение в проблему представляет собой небольшой вводный текст мотивирующего характера, который не содержит лишней информации, не связанной с заданием или непринципиальной для ответа на поставленные далее вопросы.
  - Вопрос позволяет раскрыть приведенную ситуацию с определенной стороны. Каждый самостоятельный содержательный шаг фиксируется; все основные элементы выделяются для оценивания.
- 

# Требования к разрабатываемым заданиям

Используются задания разного типа по форме ответа:

- с выбором одного или нескольких верных ответов из предложенных;
  - со свободным кратким ответом в форме конкретного числа, одного-двух слов;
  - со свободным полным ответом, содержащим запись решения поставленной проблемы, построение заданного геометрического объекта, объяснение полученного ответа.
- 

# Основные критерии составления заданий

- наличие жизненной ситуации в условии задачи;
  - возможность перевода условий задачи, сформулированных с помощью быденного языка, на язык математики;
  - новизна формулировки задачи, неопределенность в способах решения.
- 

# Ресурсы

## **Педагогические технологии**

<http://edu.vspu.ru/doc/groups/107/769/Selevko-G.K.-Pedagogicheskie-tehnologii-na-osnove-didakticheskogo-i-metodicheskogo-usovershenstvovaniya-UVP.pdf>

## **Методика EduScrum**

<https://skillbox.ru/media/education/что-такое-eduscrum/>

**Материалы по математической грамотности** (сайт Центра качества образования ФГБНУ «Института стратегии развития образования Российской академии образования»)

[http://www.centeroko.ru/pisa18/pisa2018\\_pub.html](http://www.centeroko.ru/pisa18/pisa2018_pub.html)

## **Статья Рословой Л.О.**

<https://cyberleninka.ru/article/n/kontseptualnye-osnovy-formirovaniya-i-otsenki-matematicheskoy-gramotnosti/viewer>

## **О международном исследовании PISA-2021**

<https://v-2021.org/issledovanie-pisa>

## **О международном исследовании PISA-2022**

<https://2022g.ru/mezhdunarodnoe-issledovanie-pisa/>

# **СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!**

**Иванова Светлана Владимировна**

**Контакты**

**Тел 8(4855) 23-15-47,**

**89108218924**

**E-mail: [ivanova71@bk.ru](mailto:ivanova71@bk.ru)**

**При подготовке презентации были  
использованы материалы ГК «Просвещение»  
и Академии Минпросвещения России.**

